



Båtsimulering med diskret Kalmanfilter

TTK4115 – Lineær systemteori

Prosjektrapport 17.11.03

Av:

Gruppe 14
Rune Haugom & Frode Efteland



Innholdsregister

4.1 Identifikasjon av båt parametere	3
a) Transferfunksjon fra δ til ψ :	3
b) Parametrene K og T:	3
4.2 Identifikasjon av modell for bølgespekter	5
a) Power spectral density - PSD	6
b) Modell av bølgerespons	6
c) Resonansfrekvens	6
d) Dempefaktor λ	7
4.3 Regulator design	8
a) Autopilot PD-regulator design	8
b.c.d) Simulering med og uten forstyrrelser	9
4.4 Observerbarhet	11
a) Systemmatriser A,B,C,E	11
b) Observerbarhet uten forstyrrelse (men med måleforstyrrelse)	11
c) Observerbarhet med strømforstyrrelse	12
d) Observerbarhet med bølgeforstyrrelse	12
e) Observerbarhet med strøm- og bølgeforstyrrelse	13
4.5 Diskret Kalman filter	14
a) Eksakt diskretisering	14
b) Variansestimat av målestøy	15
c) Kalmanfilteret	15
d) Foroverkobling fra estimert bias	18
e) Bølgefiltret ψ	18
Konklusjon:	20

Figurliste

Figur 1: Plott av systemet med $\sin(0.005t)$ på inngangen. Simuleringstid 4000s.	3
Figur 2: Plott av systemet med $\sin(0.05t)$ på inngangen. Simuleringstid 1000s.	4
Figur 3: Plott av 1° step på inngangen	5
Figur 4: Plott av funksjonene $S_{\psi_w}(w)$ og $P_{\psi_w}(w)$ for bestemmelse av modellparametere	7
Figur 5: fasemargin $\phi_m = 50^\circ$ gir en fase $\phi = 130^\circ$	8
Figur 6: Blokkskjema i Simulink	9
Figur 7: Settpunktsammenlikning med og uten forstyrrelser	9
Figur 8: Plott over rorvinkel med forstyrrelser	9
Figur 9: Simulinkmodellen for Kalmanfilteret	15
Figur 10: Foroverkobling fra estimert bias	18
Figur 11: Plott av y med Kalmanfilter	18
Figur 12: Plott av kompassmåling med Kalmanfilter	19
Figur 13: Plott av bias med Kalmanfilter	19
Figur 14: Plott av rudder med Kalmanfilter	20

4.1 Identifikasjon av båt parametere

a) Transferfunksjon fra δ til ψ :

$$\dot{\psi} = r$$

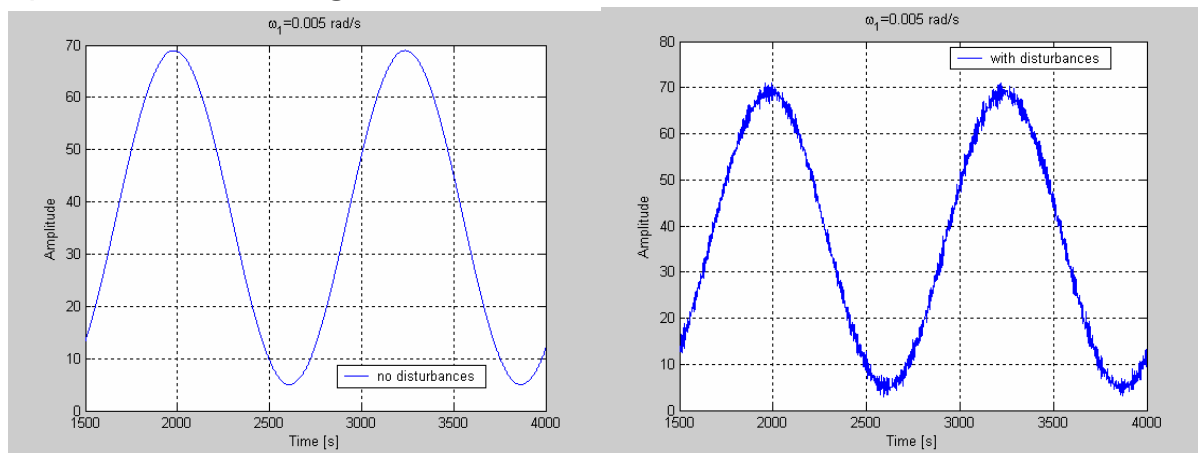
$$\ddot{\psi} = \dot{r} = -\frac{1}{T}\dot{\psi} + \frac{K}{T}(\delta - b) \quad , b = 0$$

$$s^2\psi(s) = -\frac{1}{T}\psi s(s) + \frac{K}{T}\delta(s)$$

$$\left(s^2 + \frac{1}{T}s\right)\psi(s) = \frac{K}{T}\delta(s)$$

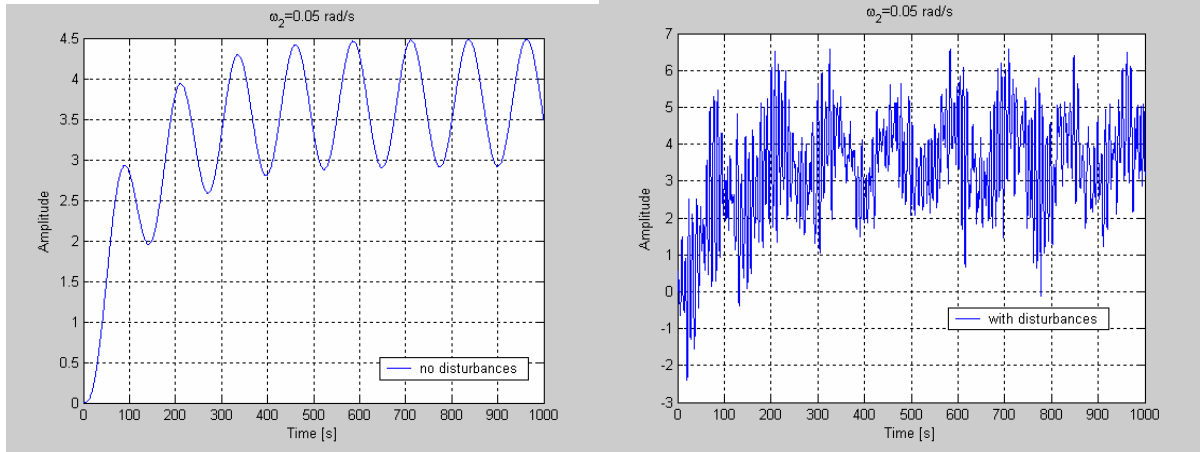
$$H(s) = \frac{\psi}{\delta}(s) = \frac{\frac{K}{T}}{\left(s^2 + \frac{1}{T}s\right)} = \frac{K}{Ts^2 + s} = \frac{K}{s(Ts + 1)} \quad (1.1)$$

b) Parametrene K og T:



Figur 1: Plott av systemet med $\sin(0.005t)$ på inngangen. Simuleringstid 4000s.

$$\text{Avlest amplitude ved } \omega_1 = 0.005 : |H(j\omega_1)| = \frac{69-5}{2} = \underline{\underline{32}} \quad (1.2)$$



Figur 2: Plott av systemet med $\sin(0.05t)$ på inngangen. Simuleringstid 1000s.

$$\text{Avlest amplitude ved } \omega_2 = 0.05 : |H(j\omega_2)| = \frac{4.48 - 2.91}{2} = \underline{\underline{0.77}} \quad (1.3)$$

Dette gir oss to likninger med to ukjente. Vi kan dermed finne K og T:

$$\begin{aligned} \text{I: } A_1 &= |H(j\omega_1)| = \left| \frac{K}{T(j\omega_1)^2 + j\omega_1} \right| = \left| \frac{K}{-T\omega_1^2 + j\omega_1} \right| \\ &= \frac{K}{\sqrt{(-T\omega_1^2)^2 + (\omega_1)^2}} = \frac{K}{\omega_1 \sqrt{T^2\omega_1^2 + 1}} \\ \Rightarrow K &= A_1 \omega_1 \sqrt{T^2\omega_1^2 + 1} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \text{II: } A_2 &= |H(j\omega_2)| = \left| \frac{K}{T(j\omega_2)^2 + j\omega_2} \right| \Rightarrow K = A_2 \omega_2 \sqrt{T^2\omega_2^2 + 1} \\ \Rightarrow K^2 &= \left(A_2 \omega_2 \sqrt{T^2\omega_2^2 + 1} \right)^2 = A_2^2 \omega_2^2 (T^2\omega_2^2 + 1) = A_2^2 \omega_2^4 T^2 + A_2^2 \omega_2^2 \\ \Rightarrow T &= \frac{\sqrt{K^2 - A_2^2 \omega_2^2}}{A_2 \omega_2^2} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Innsatt for $\omega_1 = 0.005$, $\omega_2 = 0.05$, $A_1 = 32$, $A_2 = 0.77$:

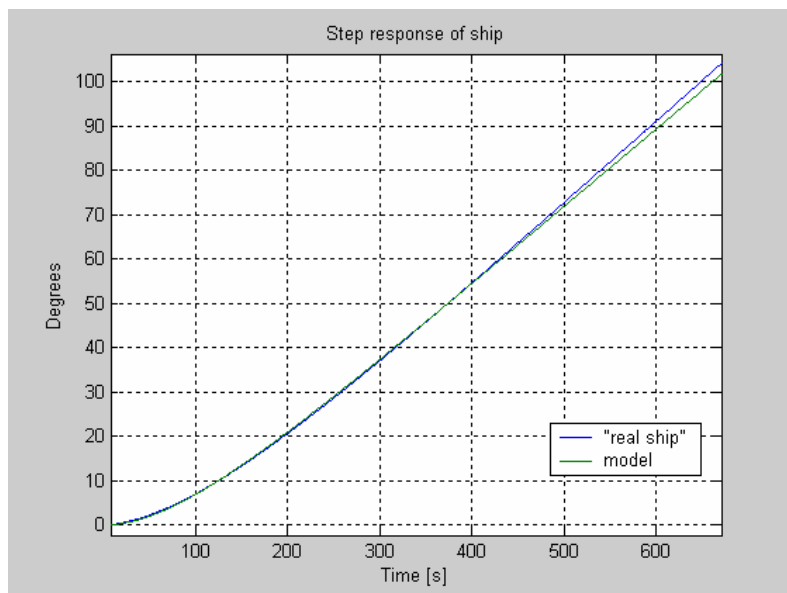
$$K = A_1 \omega_1 \sqrt{T^2 \omega_1^2 + 1} = \underline{\underline{0.175}} \quad (1.6)$$

$$T = \frac{\sqrt{K^2 - A_2^2 \omega_2^2}}{A_2 \omega_2^2} = \underline{\underline{88.7}} \quad (1.7)$$

Modellen blir nå:

$$H(s) = \frac{\psi}{\delta}(s) = \frac{K}{Ts^2 + s} = \frac{0.175}{88.7s^2 + s} \quad (1.8)$$

1° step på inngangen gir:



Figur 3: Plott av 1° step på inngangen.

Kommentar:

Modellen følger virkelig skip relativt bra innenfor en viss tid. Avviket øker ettersom tiden går.

4.2 Identifikasjon av modell for bølgespekter

a) Power spectral density - PSD

Fila wave.mat inneholder data om hvordan bølgene virker inn på kompassmålingen. Bruker matlab for å finne et estimat av PSD for bølgestøyen ψ_w . Det er benyttet et hanning-vindu som glattevindu.

$$[ps,f]=psd(psi_w(2,:)*pi/180,256,10,hanning(256)) \quad (1.9)$$

b) Modell av bølgerespons

Finner transferfunksjonen fra w_w til ψ_w . Tar utgangspunkt i modelligningene under og laplacetransformerer:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_w &= \psi_w \xrightarrow{\text{Laplace}} s\xi_w = \psi_w \\ \dot{\psi}_w &= -\omega_0^2 \xi_w \psi_w + K_w w_w \xrightarrow{\text{Laplace}} s\psi_w = -\omega_0^2 \xi_w \psi_w + K_w w_w \\ G(s) &= \frac{\psi_w}{w_w} = \frac{K_w s}{s^2 + 2s\lambda\omega_0 + \omega_0^2} \end{aligned} \quad (1.10)$$

w_w er hvit støy. Finner uttrykk for PSD funksjonen til ψ_w , $P_{\psi_w}(w)$

$$\begin{aligned} P_{\psi_w}(\omega) &= G(j\omega) \cdot G(-j\omega) \\ P_{\psi_w}(\omega) &= \frac{K_w j\omega}{(j\omega)^2 + 2j\omega\lambda\omega_0 + \omega_0^2} \cdot \frac{-K_w j\omega}{(-j\omega)^2 - 2j\omega\lambda\omega_0 + \omega_0^2} \\ P_{\psi_w}(\omega) &= \frac{-K_w j\omega \cdot K_w j\omega}{(-\omega^2 + 2j\lambda\omega_0\omega + \omega_0^2)(-\omega^2 - 2j\lambda\omega_0\omega + \omega_0^2)} \\ P_{\psi_w}(\omega) &= \frac{(K_w \omega)^2}{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + 4\lambda^2\omega^2\omega_0^2 + \omega_0^4} = \frac{(K_w \omega)^2}{\omega^4 + \omega_0^4 + 2\omega^2\omega_0^2(-1 + 2\lambda^2)} \end{aligned} \quad (1.11)$$

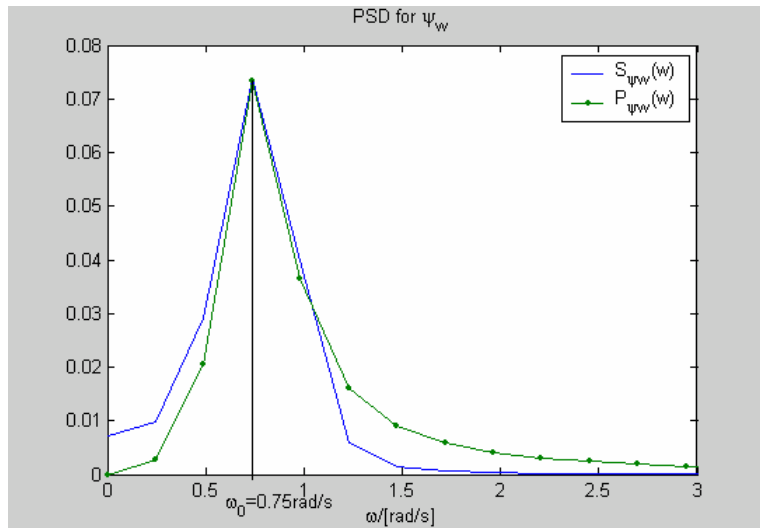
c) Resonansfrekvens

Plotter funksjonen $S_{\psi_w}(w)$ som ble estimert i **Figur 4**, og leser av resonansfrekvensen til å være $\omega_0 = 0.75$ rad/s

(1.12)

d) Dempefaktor λ

Setter $K_w = 2\lambda\omega_0\sigma$ der $\sigma=0.2716$ inn i uttrykket for $P_{\psi_w}(\omega)$. I **Figur 4** er også $P_{\psi_w}(\omega)$ tegnet inn. Her er $\lambda=0.27$, og kurvene passer godt overens. (1.13)



Figur 4: Plott av funksjonene $S_{\psi_w}(\omega)$ og $P_{\psi_w}(\omega)$ for bestemmelse av modellparametere

4.3 Regulator design

a) Autopilot PD-regulator design

Gitt: $\omega_c = 0.10 \left(\text{rad/s} \right)$, $\phi_m = 50^\circ$, $T_d = T$

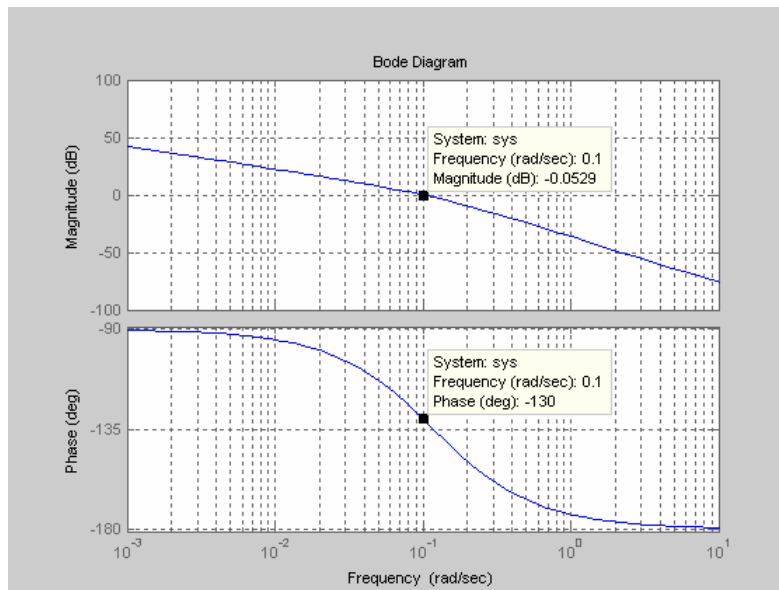
$$\begin{aligned} H_{\text{system}}(s) &= H_{pd}(s) \cdot H_{\text{ship}}(s) \\ &= K_{pd} \frac{1 + T_d s}{1 + T_f s} \cdot \frac{K}{s(Ts + 1)} \end{aligned}$$

Velger $T_d = T$ for å kansellere tidskonstanten:

$$H_{\text{system}}(s) = K_{pd} \frac{1 + T_d s}{1 + T_f s} \cdot \frac{K}{s(Ts + 1)} = \underline{\underline{K_{pd} \frac{1}{1 + T_f s} \cdot \frac{K}{s}}} \quad (1.14)$$

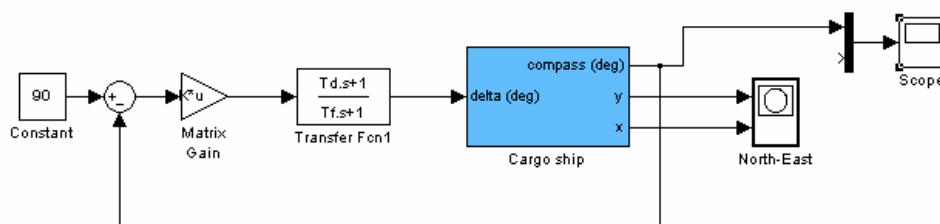
Bodeplott med fasemargin på 50° og kryssfrekvens $\omega_c = 0.1 \left(\text{rad/s} \right)$ gir oss de ukjente parametrene i (1.14) ved å tilpasse verdiene for K_{pd} og T_f .

$$\begin{aligned} K_{pd} &= 0.75 \\ T_f &= 8.5 \end{aligned} \quad (1.15)$$

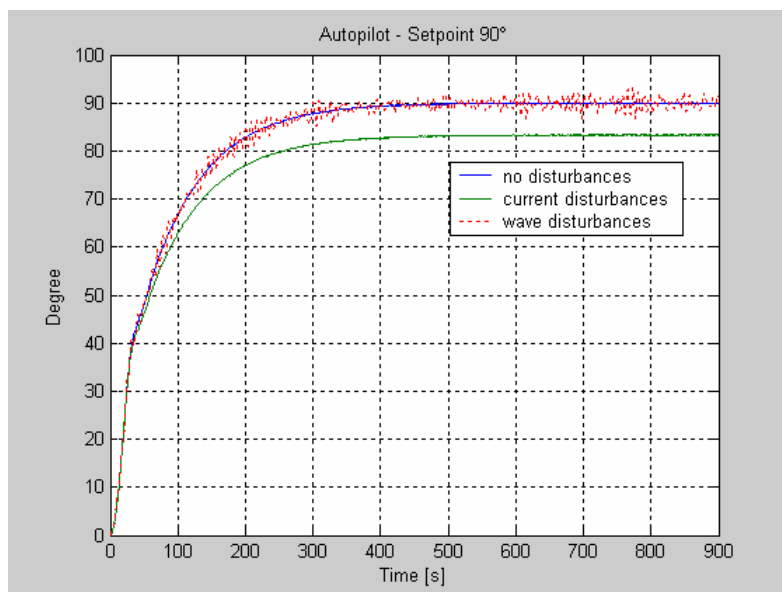


Figur 5: fasemargin $\phi_m = 50^\circ$ gir en fase $\phi = 130^\circ$

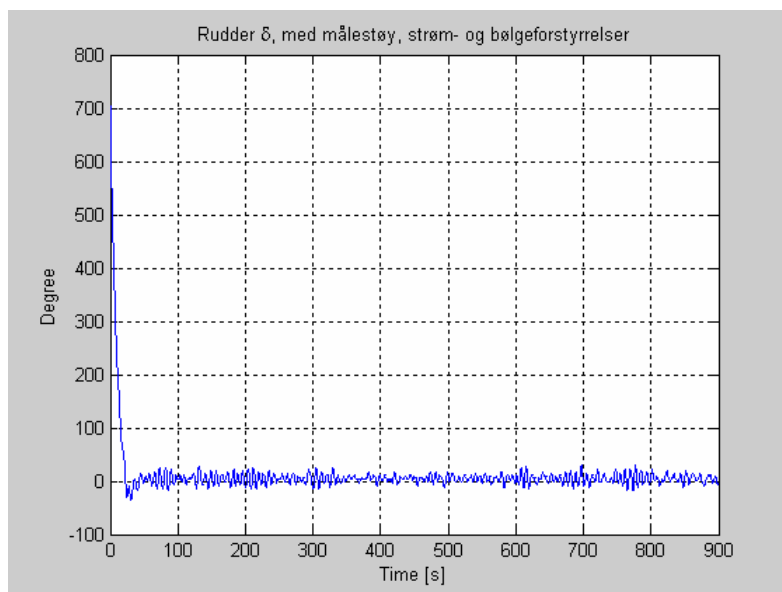
b.c.d) Simulering med og uten forstyrrelser



Figur 6: Blokkskjema i Simulink



Figur 7: Settpunktsammenlikning med og uten forstyrrelser.



Figur 8: Plott over rorvinkel med forstyrrelser.

Kommentar:

Simulering uten forstyrrelse gir et godt resultat. Båten klarer fint å regulere seg inn til 90°.

Simulering med strømforstyrrelse fører til at ønsket kurs ikke oppnås. Strømforstyrrelsene har svært lave frekvenser som systemet ikke greier å undertrykke. Resultatet blir et vedvarende statistisk avvik.

Simulering med bølgeforstyrrelse fører også til at ønsket kurs oppnåes, selv om båten svinger en del rundt settpunktet.

I **Figur 8** ser vi at pådraget fra roret gir svært hurtige justeringer for biasen. Dette kan føre til raskere slitasje på ror og båt.

4.4 Observerbarhet

a) Systemmatriser A,B,C,E

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ew \\ y &= Cx + v \end{aligned} \quad \text{Tilstandsvektorer: } x = \begin{bmatrix} \xi_{\omega} \\ \psi_{\omega} \\ \psi \\ r \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{bølgefrequens} \\ \text{kompasskurs} \\ \text{rudder(ror)} \\ \text{bias} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{\xi}_{\omega} = x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\omega_0^2 x_1 - 2\lambda\omega_0 x_2 + K_{\omega}\omega_{\omega} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{1}{T}x_4 + \frac{K}{T}(\delta - x_5) \\ \dot{x}_5 &= \omega_b \\ y &= x_2 + x_3 + v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\lambda\omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} & -\frac{K}{T} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K}{T} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_{\omega} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\omega} \\ \omega_b \end{bmatrix} \\ y &= [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]x + v \end{aligned} \quad (1.16)$$

b) Observerbarhet uten forstyrrelse (men med måleforstyrrelse)

$$\xi_{\omega} = x_1 = \psi_{\omega} = x_2 = \omega_b = x_5 = 0$$

Vi får en ny A- og C-matrise:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad 0] \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$Obs = \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2 = \text{full rang} \quad (1.18)$$

$\Rightarrow \underline{\text{observerbart}}$

c) Observerbarhet med strømforstyrrelse

$$\xi_{\omega} = x_1 = \psi_{\omega} = x_2 = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} & -\frac{K}{T} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$Obs = \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T} & -\frac{K}{T} \end{bmatrix} = 3 = \text{full rang} \quad (1.20)$$

$\Rightarrow \underline{\text{observerbart}}$

d) Observerbarhet med bølgeforstyrrelse

$$\omega_b = x_5 = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2\lambda\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

$$C = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0]$$

$$Obs = \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 1.0000 & 0 \\ -0.5417 & -0.3680 & 0 & 1.0000 \\ 0.1993 & -0.4063 & 0 & -0.0113 \\ 0.2201 & 0.3489 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$= 4 = \text{full rang}$

$\Rightarrow \underline{\text{observerbart}}$

e) Observerbarhet med strøm- og bølgeforstyrrelse

A og C matrisen er som i (1.16)

$$Obs = rank \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \end{bmatrix} = rank \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -0.5417 & -0.3680 & 0 & 1.0000 & 0 \\ 0.1993 & -0.4063 & 0 & -0.0113 & -0.0020 \\ 0.2201 & 0.3489 & 0 & 0.0001 & 0.0000 \\ -0.1890 & 0.0917 & 0 & -0.0000 & -0.0000 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

$= 5 = \text{full rang} \Rightarrow \underline{\underline{observerbart}}$

Systemet er observerbart i alle tilfeller. Dette er en forutsetning ved bruk av Kalmanfilter. Dvs vi kan bruke filteret med uten strøm og bølgeforstyrrelser.

4.5 Diskret Kalman filter

a) Eksakt diskretisering

Benytter Matlab for å diskretisere det kontinuerlige systemet:

```
w0=0.75;
lambda = 0.27;
sigma = 0.2716;
T=88.7;
K=0.175;

A=[0 1 0 0 0;-w0^2 -2*lambda*w0 0 0 0;0 0 0 0 0;0 0 0 -1/T -K/T;0 0 0 0 0];
B=[0 0 0 K/T 0]';
E=[0 0; 2*lambda*w0*sigma; 0;0 0;0 0;0 1;];
C=[0 1 1 0 0];
D=1;

[Ad,Bd] = c2d(A,B,0.1)
[Ad,Ed] = c2d(A,E,0.1);
Ed
Cd=C
Dd=D
```

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.9972 & 0.0979 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0551 & 0.9576 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0.0999 & -0.0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9989 & -0.0002 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

$$B_d = 10^{-6} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.86 \\ 197 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 \\ 0.0108 & 0 \\ 0 & -0.0000 \\ 0 & -0.0000 \\ 0 & 0.1000 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$$C_d = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \quad (1.27)$$

$$D_d = [1] \quad (1.28)$$

b) Variansestimat av målestøy

Sampler måleverdier på utgangen av systemet med kun målestøy og ingen inngangssignal. Finner variansen til disse målte verdiene. Estimatet av variansen blir:

$$\text{Var}(\hat{v}) = 6.0228\text{E-}7 \quad (1.29)$$

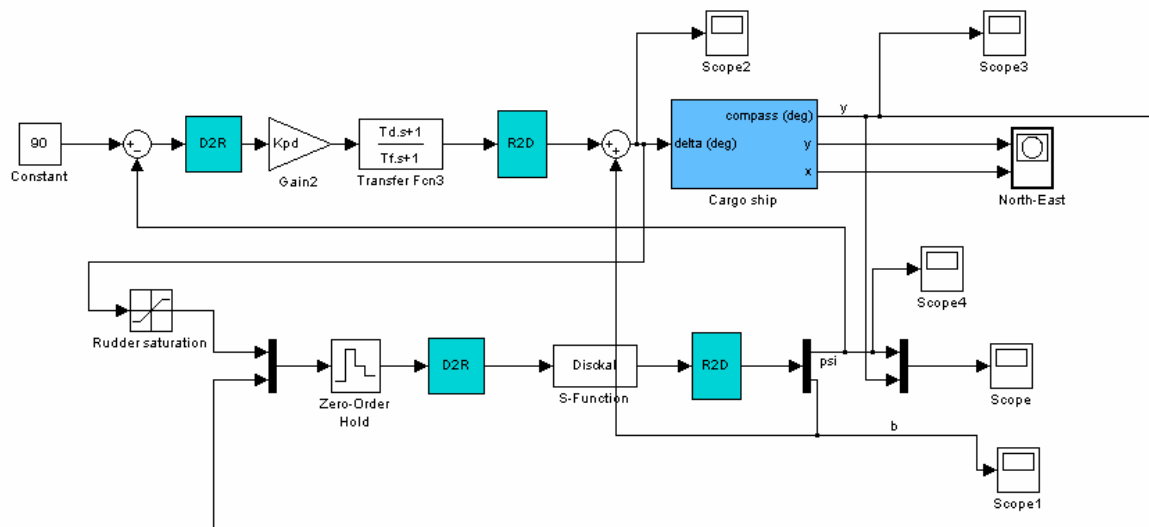
c) Kalmanfilteret

Gitt følgende:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_w \\ w_b \end{bmatrix}, \quad \mathbb{E}[\mathbf{w}\mathbf{w}^T] = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 10^{-6} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_0^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.013 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{x}}_0^- = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Lar kompassmålingen og ror (ruder) være inngangssignaler for s-funksjonen.

Kobler til regulatoren laget i oppgave 4.3. **Figur 9** viser systemet der det også er tatt med en feed forward fra estimert bias for å eliminere biasen for strømmen. Simulinkmodellen slik den er tegnet blir benyttet i 4.5e. Tilsvarende modell brukes i 4.5d, men da kobles målingen y tilbake til regulatoren. ψ og b er utgangene fra s-funksjonen.



Figur 9: Simulinkmodellen for Kalmanfilteret

Implementasjon av Kalmanfilteret:

Velger implementasjonsmetode 2:

```
function [sys,x0,str,ts] = DiscKal(t,x,u,flag,data)
switch flag,

    %%%%%%%%%%%%%%%
    % Initialization %
    %%%%%%%%%%%%%%%
    case 0,
        [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(data);

    %%%%%%%%%%%%%%%
    % Outputs %
    %%%%%%%%%%%%%%%

    case 3,
        sys=mdlOutputs(t,x,u,data);
    %%%%%%%%%%%%%%%
    % Terminate %
    %%%%%%%%%%%%%%%

    case 2,
        sys=mdlUpdate(t,x,u, data);

    case {1,4,}
        sys=[];

    case 9,
        sys=mdlTerminate(t,x,u);
    %%%%%%%%%%%%%%%
    % Unexpected flags %
    %%%%%%%%%%%%%%%
    otherwise
        error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);

end

function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(data);
% This is called only at the start of the simulation.

sizes = simsizes; % do not modify

sizes.NumContStates = 0; % Number of continuous states in the system, do not modify
sizes.NumDiscStates = 35; % Tilstandsvektoren har 35 tilstander
sizes.NumOutputs = 2; % 2 utganger aposteriori-estimat av psi og b
sizes.NumInputs = 2; % 2 innganger, rudder og måling
sizes.DirFeedthrough = 1; % 1 if the input is needed directly in the update part
sizes.NumSampleTimes = 1; % Do not modify

sys = simsizes(sizes); % Do not modify
%Setter initialverdien for tilstandsvektoren
x0 = [data.x0_h_', 0 0 0 0 0, mat2vec(data.P0_)]';
str = []; % Do not modify

ts = [-1 0]; % Sample time. Arver.

function sys=mdlUpdate(t,x,u, data)
%%%%%%%%%%%%%%
%Oppdaterer filteret
%%%%%%%%%%%%%%

P_ = vec2mat(x(11:35));%Henter Apriori P av tilstandsvektoren
K = P_*data.Cd'*inv(data.Cd'*P_*data.Cd'+data.R); %Beregner ny kalmanforsterkning
xh_ = x(1:5);%Henter ut Apriori-estimatene fra tilstandsvektoren
xh = xh_ + K*(u(2)-data.Cd*xh_);%Beregner Aposteriori-estimatene
P=(eye(5,5)-K*data.Cd)*P_;%Beregner Aposteriori feil-kovarians
xh_=data.Ad*xh + data.Bd*u(1);%Beregner aprioriestimat for tilstandene
P_ = data.Ad*P*data.Ad' + data.Ed*data.Q*data.Ed';%Beregner aprioriestimat for feil-kovarians

% x = [xh_', xh', mat2vec(P_)]'; %Oppdaterer tilstandsvektoren
```



```

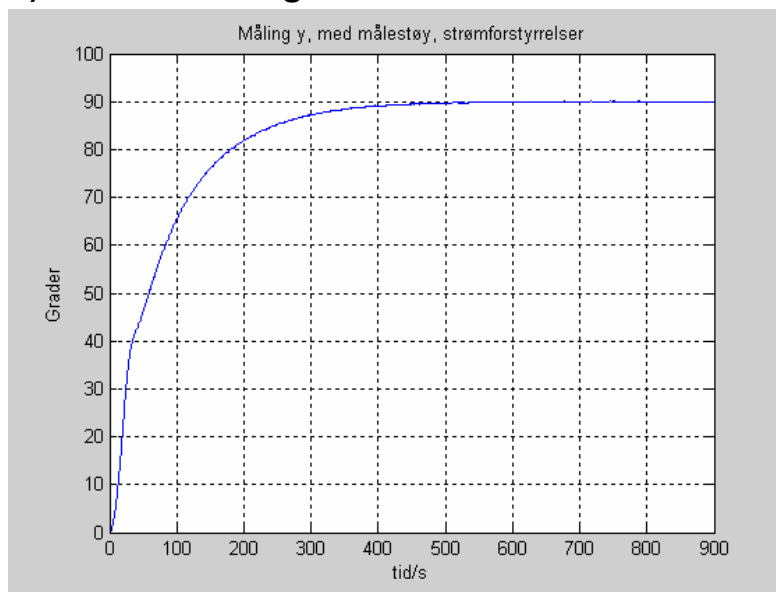
sys=[xh_', xh', mat2vec(P_)]';

function sys=mdlOutputs(t,x,u,data)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
% Returnerer aposterioriestimatene for psi og b.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
sys=[x(8) x(10)];

function sys=mdlTerminate(t,x,u)
sys = [];

```

d) Foroverkobling fra estimert bias



Figur 10: Foroverkobling fra estimert bias

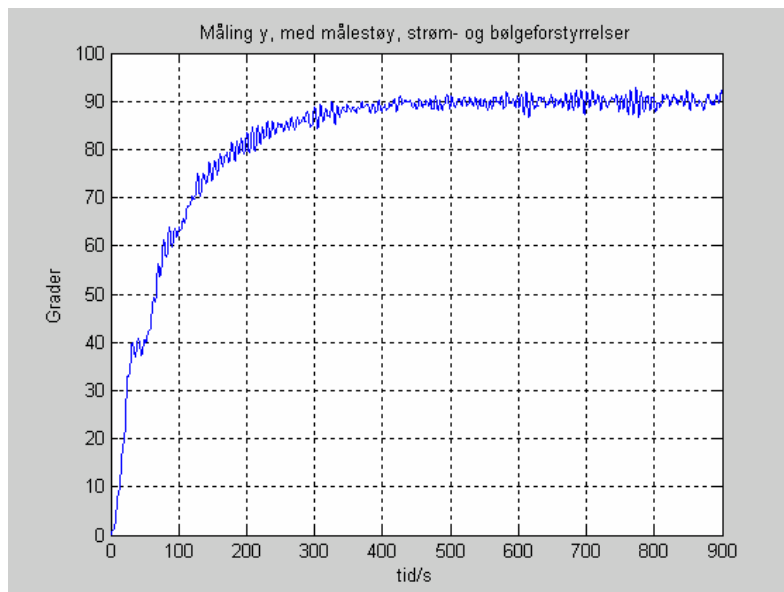
Har laget en feed forward fra utgangen y tilbake til regulatoren. Dette eliminerer biasen som skyldes strømmen, og fra **Figur 10** ser man at stasjonært vil utgangen følge referansen (90°). Slik var det ikke før feed forward koblingen ble gjort. Se **Figur 8**

e) Bølgefiltret ψ

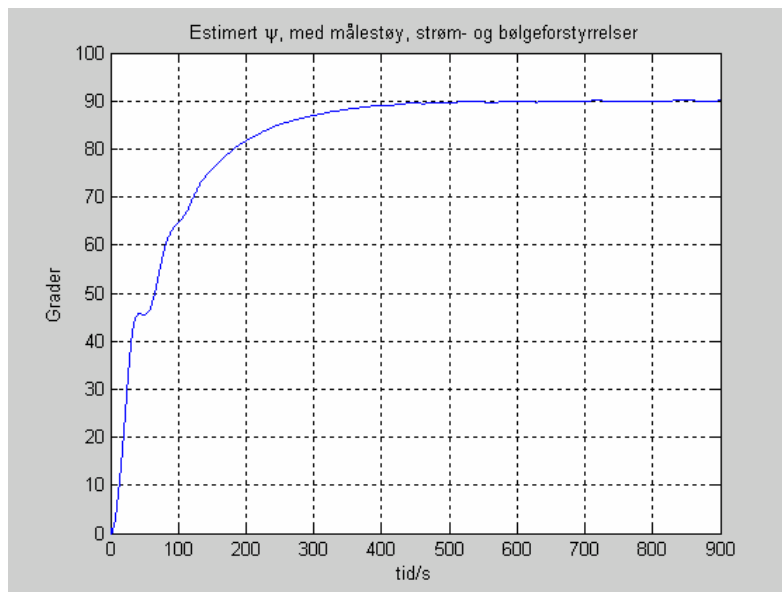
Bruker den bølgefiltrede ψ istedenfor målt kurs i regulatoren. (Se **Figur 9**)

Figurene på de neste sidene viser målingen y , estimert ψ , estimert bias og rudder.

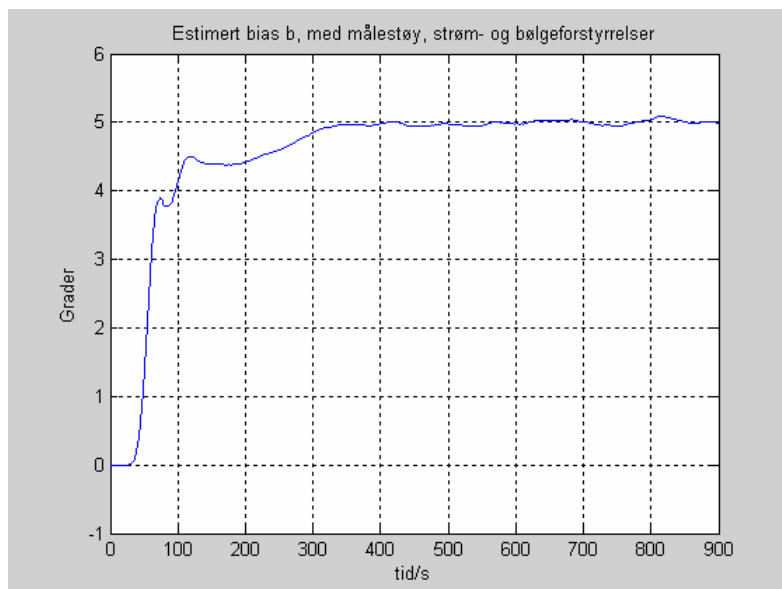
Hvis man sammenligner med **Figur 8** ser man at det er mye mindre støy på rudder og slitasje på aktuatorsystemet blir mindre.



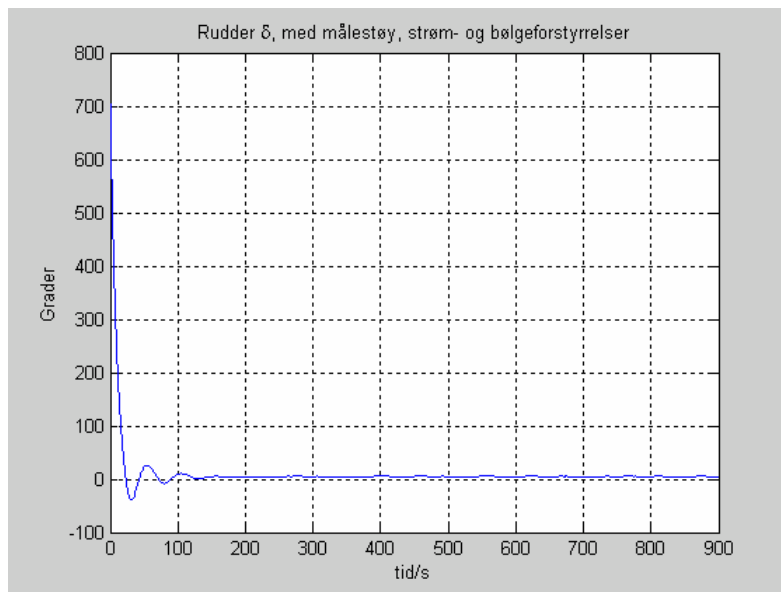
Figur 11: Plott av y med Kalmanfilter



Figur 12: Plott av kompassmåling med Kalmanfilter



Figur 13: Plott av bias med Kalmanfilter



Figur 14: Plott av rudder med Kalmanfilter

Konklusjon:

Som vi så fra systemet med PD-regulering og tilbakekobling fra kompassmålingen, så ga pådraget fra regulatoren kontinuerlige rorbevegelser pga de høyfrekvente bølgene (se Figur 8).

Når vi så tok tilbakekoblingen fra Kalmanfilteret i PD-regulatoren, førte det til bedre regulering fordi en ikke kompenserer for bølgene. Dermed blir rorbevegelsen mindre og man minker slitasjen på ror og aktuatorssystem (se Figur 14).

Som forventet ga Kalmanfilteret det beste resultatet.