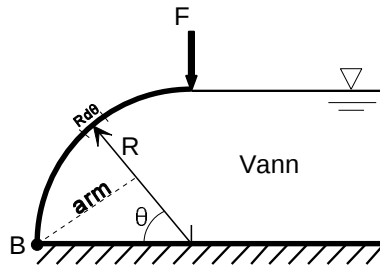


Løsning øving 3

Oppgave 2.83



Finn kraften F som må til for å holde luken igjen. Atmosfæretrykket virker på begge sider av luka og kanselleres.

Oppgaven kan løses på flere måter. Ved å beregne momentet om B direkte trenger vi vanntrykket inntil luka som funksjon av vinkelen θ :

$$p(\theta) = \gamma \cdot R(1 - \sin \theta)$$

Bredde b

Da luka er sirkelformet vet vi at væsketrykket virker i radiell retning, og armen til momentet blir avstanden normalt på virkelinja ned til B. Momentet om B som skyldes væsketrykket blir:

$$\begin{aligned} M_{\text{vann}} &= \int \int p \cdot \text{arm} \cdot dA = \int_0^{\frac{\pi}{2}} p(\theta) \cdot R \sin \theta \cdot b R d\theta = \gamma R^3 b \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin \theta - \sin^2 \theta) d\theta \\ &= \gamma R^3 b \left[-\cos \theta - \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin(2\theta) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \underline{\underline{\gamma R^3 b \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)}} \end{aligned}$$

For å finne momentet om B fra tyngden W av luka, kan vi fordele W jamt over kvartsirkelen og integrere opp momentet:

$$\begin{aligned} M_W &= \int \int \text{arm} \cdot \frac{\text{tyngde}}{\text{areal}} \cdot dA = \int_0^{\frac{\pi}{2}} R(1 - \cos \theta) \cdot \frac{W}{\frac{1}{4} \cdot 2\pi R} \cdot R d\theta \\ &= WR \frac{2}{\pi} \left[\theta - \sin \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \underline{\underline{WR \left(1 - \frac{2}{\pi} \right)}} \end{aligned}$$

Momentet totalt om B skal være null:

$$\begin{aligned} M_{\text{totalt}} &= -F \cdot R + \gamma R^3 b \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) - WR \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) = 0 \\ \Rightarrow \quad \underline{\underline{F}} &= \underline{\underline{\gamma R^2 b \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) - W \left(1 - \frac{2}{\pi} \right)}} \end{aligned}$$

Tallverdi: $R = 2.438\text{m}$, $b = 3.048\text{m}$, $W = 13344\text{N}$, $\gamma = 9790\text{N/m}^3 \Rightarrow \underline{F = 33.2\text{kN}}$

Oppgaven kan naturligvis også løses på "standard" måte.

Beregn horisontal kraft F_H på vertikalprojeksjonen av luken, og finn angrepspunktet:

$F_H = \gamma \cdot \frac{1}{2} R \cdot b R$ med virkelinje $R/3$ over bunnen.

Beregn vertikal kraft F_V på vekten av "fortrengt" væskemengde over luken, og finn angrepspunktet som arealsenteret i arealet over luken:

Arealet over luken er $R^2 - \frac{1}{4}\pi R^2$, dermed: $F_V = \gamma \cdot b \cdot R^2 (1 - \frac{1}{4}\pi)$.

Virkelinjen kan enkelt finnes ved å innse at total hydrostatisk trykkraft må gå gjennom C (alle trykkrefter på luken virker i radiell retning), momentet om C fra F_H og F_V må derfor være null:

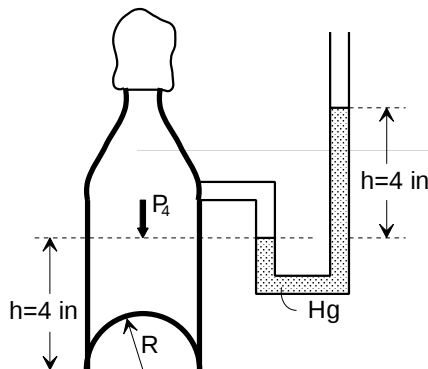
$$M_C = F_H \cdot \frac{R}{3} - F_V \cdot \text{arm}_V = 0 \Rightarrow \text{arm}_V = \frac{R}{6(1 - \pi/4)}$$

Momentet fra W beregnes som over. Totalt blir momentet om B:

$$M_{\text{totalt}} = -F \cdot R + F_H \cdot \frac{R}{3} + F_V \cdot (R - \text{arm}_V) - W \cdot R(1 - \frac{2}{\pi}) = 0$$

som gir samme svar for den ukjente kraften F .

Oppgave 2.87 Finn nettokraften på den halvkuleformede flaskebunnen.



Ut fra avlesningen på kvikksølv-manometeret kan vi beregne trykket i flasken i f.eks. høyden $h_4 = 4$ tommer over bunnen (atmosfæretrykket virker på begge sider av flaskebunnen og kanselleres):

$$P_4 = \gamma_{\text{Hg}} \cdot h_4 \text{ der } h_4 = 4 \text{ tommer.}$$

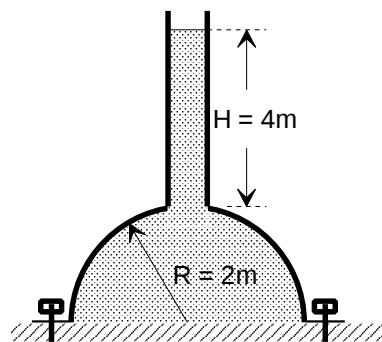
Kraften på flaskebunnen blir dermed lik trykket P_4 ganget med tverrsnittet pluss vekten av champagnen mellom nivået til P_4 og flaskebunnen:

$$\begin{aligned} F &= P_4 \cdot \pi R^2 + \gamma_{\text{ch}} \cdot (\pi R^2 \cdot h_4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3) \\ &= \pi R^2 [\gamma_{\text{Hg}} \cdot h_4 + \gamma_{\text{ch}} \cdot (h_4 - \frac{2}{3} R)] \end{aligned}$$

Tallverdi: $h_4 = 0.1016\text{m}$, $\gamma_{\text{vann}} = 9790\text{N/m}^3$, $\gamma_{\text{ch}} = \text{SG} \cdot \gamma_{\text{vann}} = 9398.4\text{N/m}^3$,
 $\gamma_{\text{Hg}} = 133100\text{N/m}^3$

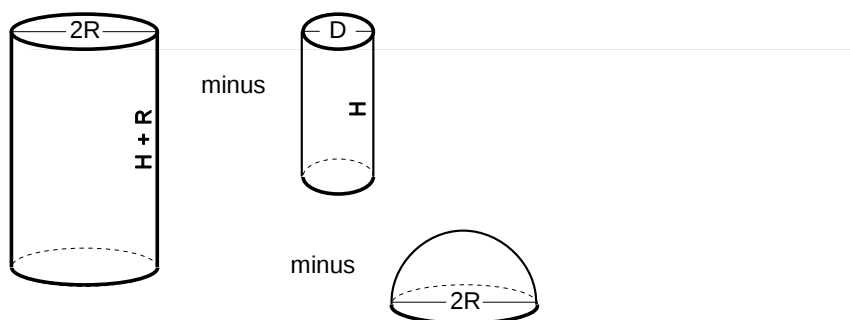
$\Rightarrow \underline{F = 114.8\text{N}}$

Oppgave 2.91



En halvkuleformet kuppel med radius $R = 2\text{m}$ er påmontert et tynt vertikalt rør med høyde $H = 4\text{m}$ og diameter $D = 0.03\text{m}$. Kuppelen holdes fast til bakken av seks bolter, og kuppelen med rør veier $W = 30\text{kN}$. Finn boltekraften.

Oppdriftskraften som virker på konstruksjonen tilsvarer vekten av den "fortrengte" væskemengde:

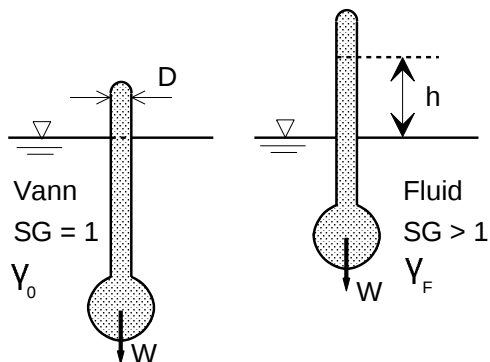


$$F_{\text{bolt}} = \frac{1}{6} \{ \gamma_{\text{vann}} [\pi R^2 \cdot (H + R) - \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot H - \frac{2}{3} \pi R^3] - W \}$$

Tallverdi: $\gamma_{\text{vann}} = 9790\text{N/m}^3 \Rightarrow F_{\text{bolt}} = 90.7\text{kN}$

Oppgave 2.109

Finn høyden $h = h(W, D, SG, \gamma_0)$ for hydrometeret.



Uansett hvilken væske hydrometeret flyter i så må tyngden W oppveies av oppdriftskraften.

I vann kaller vi neddykket volum V_0 .

I fluid: $V = V_0 - h \cdot \pi D^2 / 4$

$$\text{Oppdrift} = W = \gamma_0 V_0 = \gamma_F (V_0 - h \cdot D^2 / 4)$$

$$\Rightarrow h = \frac{\gamma_F V_0 - \gamma_0 V_0}{\gamma_F \pi D^2 / 4} = \frac{4 V_0}{\pi D^2} \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma_F} \right) = \frac{4 W}{\gamma_0 \pi D^2} \left(1 - \frac{1}{SG} \right)$$