

Løsning øving 1

Oppgave 1.10

Oppgitt Stokes-Oseen's formel:

$$F = 3\pi\mu DV + \frac{9\pi}{16}\rho V^2 D^2$$

Problem: Er formelen dimensjonsmessig homogen?

Løsning: (se tabell 1.2)

$$F = \left\{ \frac{ML}{T^2} \right\}, \mu = \left\{ \frac{M}{LT} \right\}, D = \{L\}, V = \left\{ \frac{L}{T} \right\}, \rho = \left\{ \frac{M}{L^3} \right\}$$

som innsatt gir:

$$\left\{ \frac{ML}{T^2} \right\} = \left\{ \frac{M}{LT} \right\} \{L\} \left\{ \frac{L}{T} \right\} + \left\{ \frac{M}{L^3} \right\} \left\{ \frac{L^2}{T^2} \right\} \{L^2\} = \left\{ \frac{ML}{T^2} \right\} + \left\{ \frac{ML}{T^2} \right\} \quad \text{Ok.}$$

Alle ledd har samme dimensjon.

Oppgave 1.12

$$\text{Gitt } u = B \frac{\Delta p}{\mu} (r_0^2 - r^2)$$

Problem: Hva er dimensjonen til B?

Løsning:

$$B = \frac{\mu u}{\Delta p (r_0^2 - r^2)} \quad \text{der } \mu = \left\{ \frac{M}{LT} \right\}, u = \left\{ \frac{L}{T} \right\}, \Delta p = \left\{ \frac{M}{LT^2} \right\}, r = \{L\}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\left\{ \frac{M}{LT} \right\} \left\{ \frac{L}{T} \right\}}{\left\{ \frac{M}{LT^2} \right\} \{L^2\}} = \left\{ \frac{1}{L} \right\}$$

Dimensjonen til B er $\{L^{-1}\}$.

Oppgave 1.54 Bestem det viskøse dreiemomentet på skiven.

Med antagelsen om et lineært hastighetsprofil vil hastigheten variere lineært fra null på veggene til rotasjonshastigheten på skiven:

$$\frac{du}{dy} = \frac{\Omega r}{h} \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} = \frac{\mu \Omega r}{h}$$

Skjærspenningen τ er altså konstant fra veggene til skiven, men varierer i radiell retning. For en radius r blir kraften på skiven:

$$dF = 2\tau dA = 2\tau \cdot 2\pi r dr \quad \text{husk: } \underline{20} \text{ sider}$$

Kraften dF virker i rotasjonsretningen. Ved å multiplisere med r finner vi dreiemomentet:

$$M = \int r \cdot dF = \int_0^R 4\pi \frac{\mu \Omega}{h} r^3 dr = \underline{\underline{\pi \mu \frac{\Omega}{h} R^4}}$$

Oppgave 1.71 Bestem diameter D_3 som funksjon av D_1 , D_2 , p_{atm} og Υ .

Luftmassen i boble 1 og 2 er bevart i boble 3: $m_1 + m_2 = m_3$

$$\Rightarrow \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = \rho_3 V_3 \Rightarrow \rho_1 D_1^3 + \rho_2 D_2^3 = \rho_3 D_3^3$$

Med ideell gass-lov $p = \rho RT$ kan vi erstatte tettheten ρ med trykket:

$$\Rightarrow \frac{p_1 D_1^3}{RT} + \frac{p_2 D_2^3}{RT} = \frac{p_3 D_3^3}{RT}$$

Prosessen er isoterm og RT kan forkortes. Fra teorien om overflatespenning vet vi at overtrykket inne i en boble er gitt ved

$$\Delta p = p_{\text{boble}} - p_{\text{atm}} = \frac{4\Upsilon}{D/2}$$

Setter inn for p_{boble} :

$$\underline{\underline{\left(p_a + \frac{8\Upsilon}{D_1}\right) D_1^3 + \left(p_a + \frac{8\Upsilon}{D_2}\right) D_2^3 = \left(p_a + \frac{8\Upsilon}{D_3}\right) D_3^3}}$$

Tredjegradslikning for D_3 .

Som en første tilnærming: $p_a \gg 8\Upsilon/D_3$ og beregn D_3 direkte. For å få et mer nøyaktig svar kan den tilnærmede verdien for D_3 settes inn i leddet $8\Upsilon/D_3$ og D_3 beregnes på nytt.

Oppgave 1.82 Finn likningen for strømmlinjene.

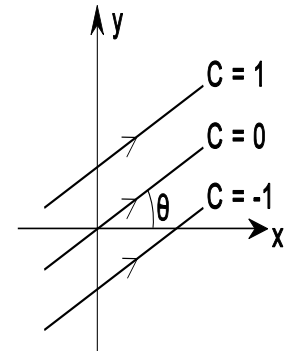
Gitt $u = V \cos \theta$, $v = V \sin \theta$, $w = 0$, der V og θ er konstant.

Likningen for strømmlinjene:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{V \cos \theta} = \frac{dy}{V \sin \theta} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \tan \theta$$

som integreres til:

$$\underline{\underline{y = x \cdot \tan \theta + C}}$$



For å finne retningen på strømmingen (markert med piler på strømmlinjene) må vi se på fortegnene på uttrykkene for hastighetskomponentene u og v .