NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR ENERGI- OG PROSESSTEKNIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Reidar Kristoffersen, tlf.: 73 59 35 67

EKSAMEN I FAG TEP 4110 FLUIDMEKANIKK

Onsdag 17. desember 2003
Tid: 0900 – 1400

Hjelpemidler C: Bestemt, enkel kalkulator tillatt.
F.Irgens: "Formelsamling i mekanikk" (med egne kommentarer tillatt).
K.Rottmann: "Matematisk formelsamling".

Sensuren faller 19.01.04

Oppgave 1

Gitt strømfunksjonen

$$\psi = Ar\sin\theta + \frac{B\sin\theta}{r}$$

der **A** er en positiv konstant og **B** er en positiv eller negativ konstant, mens **r** og **θ** er planpolare koordinater.

a) Hvilke elementærstrømninger er denne strømfunksjonen sammensatt av? Finn dimensjonen til størrelsene **ψ**, **A** og **B**.

b) Anta at **B** er negativ, og finn alle stagnasjonspunkt i strømningen. Vis at strømlinja som inneholder stagnasjonspunkt(ene) danner en sirkel.

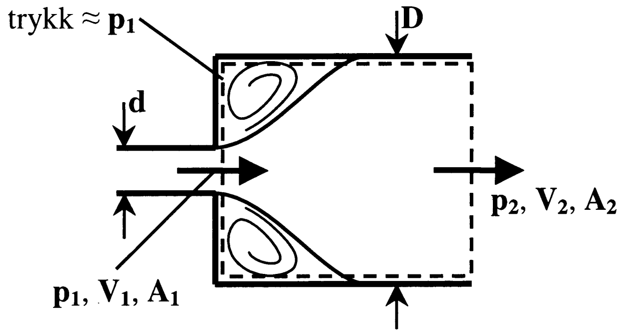
La **B** være positiv i resten av oppgaven.

c) Finn hastighetskomponentene $\mathbf{v_r}$ og $\mathbf{v_\theta}$, og vis at punktene $\left(\theta = \pi/2, r = \sqrt{B/A}\right)$ og $\left(\theta = 3\pi/2, r = \sqrt{B/A}\right)$ er stagnasjonspunkter.

d) Betrakt kun øvre halvplan (**y** > 0). Finn et uttrykk for strømlinja som inneholder stagnasjonspunktet $\left(\theta = \pi/2, r = \sqrt{B/A}\right)$. Finn også den største høyden $\mathbf{y_{MAX}}$ denne strømlinja har over x-aksen.

e) Strømfunksjonen beskriver en inkompressibel strømning i horisontalplanet. Finn hastigheten og trykket langs den positive y-aksen over stagnasjonspunktet når det er gitt at trykket langt vekk fra origo er $\mathbf{p_\infty}$.

Oppgave 2



Et rør med diameter **d** utvider seg brått til et rør med diameter **D > d**. I røret strømmer et inkompressibelt fluid med tetthet **ρ** stasjonært og turbulent mot høyre som vist i figuren. Det dannes en såkallt separasjons-sone karakterisert ved hvirvler med lav hastighet og lav friksjon, og strømningen vil gradvis utvikle seg nedstrøms til den dekker hele rørtverrsnittet $\mathbf{A_2}$.

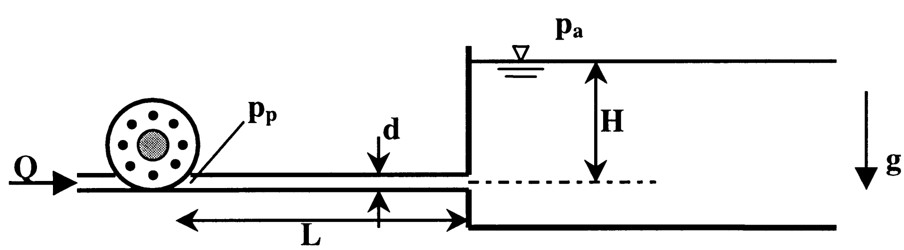
Eksperiment viser at trykket $\mathbf{p_1}$ ved begynnelsen på røret med diameter **D** kan regnes tilnærmet konstant over **hele** tverrsnittet $\mathbf{A_2}$.

a) Bruk kontrollvolumet indikert som et stiplet rektangel i fuguren over. Neglisjèr veggfriksjonen og tyngdens innvirkning, og vis at trykket $\mathbf{p_2}$ nedstrøms kan skrives

$$p_2 = p_1 + \rho V_1^2 \frac{A_1}{A_2}\left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)$$

b) Bruk resultatet i spørsmål a) til å lage et uttrykk for en tapshøyde $\mathbf{h_m}$ uttrykt ved $\mathbf{V_1}$, **g** og forholdet **d/D** som kan brukes i Bernoulli's likning langs en strømlinje fra tverrsnitt 1 til tverrsnitt 2. Vis at tapshøyden $\mathbf{h_m}$ reduseres til $\mathbf{V_1^2/2g}$ når strømningen fra det lille røret går ut i et stort reservoir (**D** ≫ **d**).

I resten av oppgaven skal vi se på tilfellet skissert i figuren under.

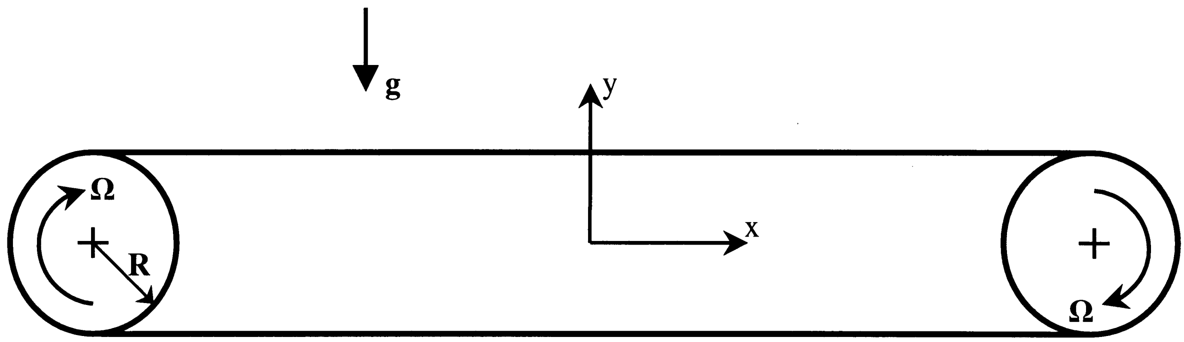


c) En pumpe gir en volumstrøm **Q** = 10 liter/s vann inn i et rør med diameter **d** = 0.1m og lengde **L**. Bruk tetthet **ρ** = 1000kg/m^3 og kinematisk viskositet **ν** = 10^{-6} m^2/s for vann. Verifisèr at strømningen i røret er turbulent.

d) Røret munner ut i et stort basseng i en dybde **H** = 2m under vannoverflaten. Neglisjèr tapet $\mathbf{h_f}$ som skyldes veggfriksjonen over rørlengden **L** og friksjonstap fra strømningen i bassenget, og finn trykket $\mathbf{p_p}$ i røret rett etter pumpa. Atmosfæretrykket $\mathbf{p_a}$ = 101 kPa og **g** = 10m/s^2.

e) Bruk Blasius' friksjonsfaktor $f = 0.316/\mathrm{Re}_d^{1/4}$ til å finne et mål for tapshøyden $\mathbf{h_f}$ som vi neglisjerte i spørsmål d). Hvor langt kan røret være før $\mathbf{h_f}$ blir 1% av høyden **H** ?

Oppgave 3



Figuren over viser et kontinuerlig belte som er lagt rundt to sylindre med radius **R**. Sylindrene roterer med konstant vinkelhastighet **Ω** slik at beltet beveger seg med konstant fart $\mathbf{V_B}$. Beltet har en bredde **B** inn i papirplanet (z-retning). Et inkompressibelt fluid med dynamisk viskositet **μ** og tetthet **ρ** befinner seg i rommet mellom sylindrene og mellom øvre og nedre del av beltet ($y = \pm R$). På grunn av beltets bevegelse vil vi få en laminær og stasjonær strømning av fluidet langsmed beltet, og vi betrakter kun det området mellom sylindrene der fluidens bevegelse vil være parallell med den viste x-aksen. Vi har ingen bevegelse i z-retningen.

Tyngdens akselerasjon er **g**.

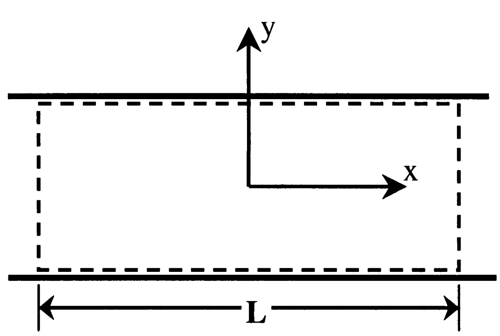
a) Bestem trykket **p**(x,y) når det er gitt at trykket i origo er $\mathbf{p_0}$ og at trykket er symmetrisk om y-aksen.

b) Vis at fluidens hastighet i rommet mellom beltene er gitt som

$$u(y) = V_B \frac{y}{R}$$

der $\mathbf{V_B}$ er absoluttverdien av beltets hastighet.

c) Betrakt et kontrollvolum plassert mellom beltene vist i figuren under som et stiplet rektangel. Kontrollvolumet har en lengde **L** i x-retningen, en høyde **2R** i y-retningen, og en bredde **B** inn i papirplanet (z-retningen).



Finn de kreftene som virker på fluiden inne i kontrollvolumet, både i x-retning og i y-retning. Finn kreftene som virker fra fluidet inne i dette kontrollvolumet på beltene.

d) Undersøk om strømfunksjonen eksisterer, og isåfall finn denne.

e) Undersøk om hastighetspotensialet eksisterer, og isåfall finn dette.